

Eratóstenes y el Tamaño de la Tierra (S. III a.C.)

AUGUSTO SALINAS¹

RESUMEN

La medición de la Tierra realizada por Eratóstenes ha sido uno de los experimentos más notables jamás efectuados. Este trabajo pretende proporcionar antecedentes sobre el autor y su sorprendentemente exacto resultado, así como comentar su enfoque teórico y técnico del problema.

ABSTRACT

Eratostenes' measurement of the Earth was one of the most remarkable experiments ever made. This paper attempts to give some information about the author and its surprisingly accurate achievement, as well as commenting his theoretical and technical approach to the problem.

Palabras claves: *Eratóstenes / Tierra (Medición) / Ciencia griega / Estadios / Alejandría*
Keywords: *Eratostenes / Earth / Greek science / Furlong / Alexandria*

Uno de los más notables experimentos científicos que se conoce es la medición del tamaño de la Tierra que Eratóstenes efectuó mientras era Director de la Biblioteca de Alejandría. Este trabajo se propone aportar mayores antecedentes sobre este hecho de tanta significación histórica y científica, consignando sus fortalezas teóricas y sus falencias técnicas, con el objeto de hacerse una idea más exacta acerca de los resultados obtenidos en el experimento original.

A mi juicio, se ha exagerado al alabar sin restricciones lo que se estima la precisión del resultado obtenido por Eratóstenes, en razón a que se cree que este sabio habría calculado el tamaño de un círculo mayor terrestre en 39.690 kilómetros, lo que es increíblemente cercano al resultado actual, igual a 40.120 km, lo que arroja un error de un 1,07%. Esto es, el de Eratóstenes

es un resultado sorprendentemente correcto, dadas las técnicas primitivas de observación y medición de la época.

En cualquier caso, el experimento de Eratóstenes es un hito importante en la historia, no sólo de la ciencia, sino de la evolución del intelecto humano. Este sabio, nacido en Cirenaica (la actual Libia) y educado en Atenas, da cuenta del elevado grado de conocimientos matemáticos y astronómicos de la sociedad de la época, así como de la importancia que se le concedía a la ciencia y la cultura. Eratóstenes era capaz de llevar a cabo un verdadero experimento científico, bien basado en un paradigma que, como el de una Tierra esférica, era casi unánimemente

¹ Facultad de Humanidades y Artes de la Universidad del Desarrollo.

aceptado por los filósofos y geógrafos de las centurias inmediatamente anteriores al nacimiento de Cristo, y en las observaciones astronómicas que durante siglos efectuaron los caldeos, egipcios y griegos. Infortunadamente, este sabio fue víctima de prejuicios y mezquindades por parte de varios de sus colegas, quienes negaron sus merecimientos o hicieron uso de sus ideas sin reconocer su autoría. Sus obras se perdieron, pero se conocen parcialmente a través del uso que de ellas hicieron Estrabón y Ptolomeo, entre otros. Como de costumbre, el tiempo se ha encargado de demostrar su verdadera valía.

¿Cuán importante fue para los antiguos conocer las reales dimensiones de la Tierra? Probablemente, hasta el Renacimiento el tamaño de nuestro planeta no fue más allá de una preocupación teórica, pero el proyecto que Cristóbal Colón presentó a los Reyes Católicos en 1485 puso el problema en su verdadera dimensión. Aunque esta polémica queda fuera de los límites de este trabajo, sirve para ilustrar la importancia del conocimiento teórico en nuestra vida, aunque –debería agregar– poco o nada puede hacer una buena teoría sin el aporte de una tecnología adecuada. Y fue la ausencia de una técnica idónea lo que se echa de menos, tanto en el experimento de Eratóstenes como en el intento del Almirante, quince siglos después.

Eratóstenes

Eratóstenes, nació en Cirene (hoy Libia), hacia el año 273 a.C. Al completar su educación básica, Eratóstenes viajó a Atenas, que no había perdido su condición de capital de la cultura y la educación superior en el mundo helénico. Allí estudió en la Academia y el Liceo, cuyos *curricula* incluían matemáticas y astronomía. Al cumplir cuarenta años, Ptolomeo III Evergetes le llamó a Alejandría, la nueva capital de Egipto, donde se desempeñó como tutor del príncipe heredero y luego como director de su Biblioteca (234 a.C.). Murió ciego c. 196 a.C.²

Eratóstenes habría escrito un tratado sobre la medida de la Tierra (*Anametrésés tês gês*), hecho que señaló Macrobio, pero su texto está perdido. Quien sacó mayor provecho de su obra fue Estrabón, pero este gran geógrafo fue uno de sus mayores críticos e incluso negó la veracidad de sus hipótesis y resultados. Al igual que lo que sucedió con los trabajos de Hiparco, sus ideas y conclusiones fueron absorbidas por completo en las obras de Estrabón y en la *Geografía* de Ptolomeo. También habría calculado con gran exactitud la inclinación del plano ecuatorial de la Tierra con respecto al plano del movimiento aparente del Sol, más conocida como “oblicuidad de la eclíptica”, cuyo ángulo mide 23° 30’.³ También ideó un procedimiento para determinar los números primos, conocido como “el colador de Eratóstenes” y sugirió la introducción de un día extra cada cuatro años, para mantener el calendario egipcio en línea con las estaciones. Además, trazó un mapa del mundo conocido que abarcaba desde las Islas Británicas hasta Ceylán y desde el Mar Caspio hasta Etiopía. Lo que es indudable es que Eratóstenes midió el tamaño de la Tierra y que sus cálculos parecen increíblemente exactos y similares a los actuales.

Eratóstenes, un gran amigo de Arquímedes y, como él, aficionado a la cuantificación de los fenómenos para su mejor conocimiento, fue apodado *Beta*, que quería decir “número dos”, pero también fue conocido como *Pentathlos*, nombre que se les daba a los atletas que se distinguían compitiendo en los cinco deportes (salto, carrera, lucha, disco y jabalina). Con esto, se quería hacer notar que Eratóstenes era capaz de desempeñar muy bien varias tareas diferentes, pero que en ninguna de ellas sobresalió como el mejor. Por cierto, su múltiple disposición era producto tanto de su formación en humanidades y en ciencias, como de su cargo al frente de la biblioteca más grande de la Antigüedad. En realidad, Eratóstenes fue lejos el mejor geodesta y geógra-

² SARTON, G. *History of Science—Hellenistic Science and Culture in the Last Three Centuries B.C.* New York: John Wiley & Sons, 1965, Cap. VI., p. 99-101

³ La oblicuidad de la eclíptica parece haber sido calculada por primera vez por Oenopides (c. 450 a.C.), cuyo ángulo con el Ecuador Terrestre dijo ser de 24°. Ptolomeo cita la medición del ángulo por Eratóstenes, que lo estimó en 11/83 de 180, esto es, 23° 51’ 15”, lo cual es correcto. Véase TAISBAK, C., *Eleven eighty-thirds*. Ptolemy’s reference to Eratosthenes in *Almagest*. *Centaurus* n° 27, 2(1984), p.165-67. Véase también FOWLER, D., “Eratosthenes’ Ratio for the Obliquity of the Ecliptic”, *Isis* N° 74, 274 (1983), P. 556-62.

fo de su época; sólo que sus pares no supieron o no quisieron apreciar sus grandes merecimientos.⁴

Teorías sobre la Tierra y mediciones antes de Eratóstenes

Eratóstenes inicia su búsqueda fundamentándose en una teoría bien conocida en la Antigüedad. Esta es la teoría geocéntrica, una verdadera cosmología que fue primeramente propuesta por Aristóteles (384-322 a.C.) en su tratado *Peri Ouranou* (De Caelo), que incluye la naturaleza y propiedades de los cuerpos que están contenidos en él. La cosmología aristotélica fue mayoritariamente aceptada por los europeos educados durante la Edad Media y los primeros siglos de la Edad Moderna y constituye el fundamento de su imagen del mundo. Aristóteles imaginó el Universo como una gran esfera limitada por las estrellas, que encerraba varias esferas más pequeñas, cada una de las cuales transportaba los cinco planetas conocidos. El centro de esta enorme esfera estaba ocupado por otra más pequeña, separada de la mayor por la órbita de la Luna, en cuyo centro se halla una Tierra inmóvil.

Aristóteles supuso que la Tierra era el centro del Universo porque no se observan paralajes de las estrellas; además, propuso una Tierra esférica, tal como él y sus contemporáneos podían notar al observar su sombra circular en los eclipses y al darse cuenta de las diferentes posiciones de las estrellas a medida que cambia la latitud. Interesa aquí señalar que este gran sabio sugirió que el tamaño de la Tierra era más bien pequeño en relación a su distancia con otros cuerpos celestiales, puesto que bastaban mínimos cambios en nuestra posición para provocar un considerable cambio en la posición de las estrellas. Sin citar sus fuentes, Aristóteles informa que los matemáticos calculan que la Tierra tiene un círculo mayor igual a 400.000 estadios.⁵ En esa época

ya se asumía que el tamaño de la Tierra podía calcularse midiendo la altitud de una estrella desde dos ciudades situadas sobre el mismo meridiano.

Desde Platón, la forma esférica de la Tierra – una idea que probablemente se remonta a Pitágoras (c. 592 - c. 497 a.C.)- fue aceptada por casi todos los matemáticos y filósofos, con excepción de los discípulos de Epicuro (300 A.C.). Ya en tiempos de Eratóstenes, la siguiente estimación de su tamaño es la de Arquímedes, que pensó que el Ecuador debía tener una longitud de 300.000 estadios.⁶

¿Cuál es el valor actual de un estadio?⁷ El estadio era una medida itineraria, utilizada para expresar distancias. Un estadio equivalía a 25 esquenos y, según los egiptólogos, un esqueno egipcio (scoinoV) era igual a 12 cúbitos (un cúbito = 0,525 metros). Por tanto, el estadio equivalía a 300 cúbitos, esto es, 157,5 metros.⁸ Sin embargo, el problema no es tan simple, porque existían el estadio Ptolemaico o Real, equivalente a 210 metros, el Olímpico, igual a 185 metros y el estadio “común”, más corto que el Olímpico. En cualquier caso, había notorias diferencias entre los estadios utilizados en diversos lugares y en diferentes épocas. El estadio que habría usado Aristóteles correspondería al Olímpico, lo que arrojaría para la longitud del Ecuador un valor demasiado alto, igual a 74.000 kilómetros. En su *Geografía*, Ptolomeo (n. 75 d.C.) expresa que la longitud de un grado es de 500 estadios, por lo que la circunferencia terrestre debiera medir 180.000 estadios. Ptolomeo, un súbdito del Imperio Romano y un habitante de Egipto, probablemente utilizó el estadio oficial egipcio de 210 metros, que es prácticamente igual a 1/7 de una milla romana.⁹

⁴ Ibid., p. 103. Véase también *Asimov 's Biographical Encyclopedia of Science and Technology*, 2nd ed. London: Pan Books, 1972, n° 42.

⁵ *De Caelo*, II, Cap. 14. Citado por RANDALL, J. *Aristotle*, 5th ed. New York: Columbia University Press, 1967, p. 160. Este pasaje fue, según Randall, el fundamento de la confianza de Cristóbal Colón en la factibilidad de llegar a la India navegando hacia el Oeste. Algunos historiadores piensan que la fuente más probable puede ser Eudoxo, que observó la diferente altitud de las estrellas en Grecia y Egipto.

⁶ Arquímedes, *De Arenae Numero*, en DREYER, J. *A History of Astronomy From Thales To Kepler*. New York: Dover Publications, 1953, p. 173.

⁷ Para una discusión sobre el valor del estadio, véase DILLER, A. *The Ancient Measurements of the Earth*, *Isis*, n° 40 (1949), p. 6-9. El artículo de E. Gulbekian resume la discusión y revisa los diferentes valores dados al estadio a lo largo del tiempo: *The origin and value of the stadion unit used by Eratosthenes in the third century B.C.*, *Arch. Hist. Exact Sci.* n° 37, 4 (1987), p. 359-63.

⁸ JDREYER, J., p. 176.

⁹ Ibid., p. 178.

El experimento de Eratóstenes

Como director de la Biblioteca de Alejandría, Eratóstenes tenía acceso a la mejor información que podía obtenerse en la época. Por otra parte, era un gran matemático y un experto observador, lo que le llevó a comprobar por sí mismo la validez de las mediciones de la Tierra citadas por Aristóteles o calculadas por otros matemáticos, como era el caso de su amigo y coetáneo Arquímedes. Algunos valiosos detalles de este experimento son conocidos a través de las obras de Cleómenes, Teón de Smirna y Estrabón.¹⁰

Como todo buen científico, Eratóstenes se basó en la teoría geocéntrica, que suponía una Tierra esférica, a la cual llegaban los rayos del Sol en forma paralela, una idea común entre sus contemporáneos. En seguida, utilizó antecedentes que habían llegado hasta él, acerca de que una vez al año, en el solsticio de verano (21 de junio) y justo al mediodía, el fondo de una cisterna situada en Syena (hoy Aswan), en el Alto Egipto y a la altura de las primeras cataratas del Nilo, era iluminado por los rayos del sol. Desde luego, él sabía perfectamente que ese mismo día y a esa hora los obeliscos de Alejandría arrojaban su correspondiente sombra. Por último, asumió que Syena y Alejandría estaban situadas en el mismo meridiano.

El método de Eratóstenes era teóricamente correcto. Consistió en medir la distancia que separaba dos lugares que se localizaban en un mismo meridiano. Si la diferencia entre ambos puntos es conocida, es fácil deducir el valor de 1° e incluso, de todo el meridiano. No puede decirse de los 360° del meridiano, porque Eratóstenes aún dividía un círculo mayor en 60 partes.¹¹ Para determinar la latitud, utilizó un *gnômôn* o un *sciothêron*. Este último artefacto es un tipo de reloj de sol. Tenía la forma de un tazón (*scaphê*) con un *gnômôn* clavado en su centro. Las líneas dibujadas dentro del tazón permitían al observador medir la longitud de la sombra del *gnômôn* de inmediato. Colocó este instrumento en Alejandría, que tiene una latitud de $31^\circ 12' N$.

Por otra parte, Eratóstenes supuso que Syena coincidía con el trópico de Cáncer, y como la oblicuidad de la eclíptica se calculaba en 24° , concluyó que la diferencia de latitud entre ambas ciudades era igual a $7^\circ 12'$, que es exactamente la 50ava parte de un círculo mayor.

Enseguida, inició la parte más ardua y complicada de su investigación, consistente en medir la distancia entre Alejandría y Syena. Algunos autores estiman que la distancia entre ambos puntos le fue dada por las caravanas que iban desde Syena a la entonces capital egipcia, y que tardaban 50 días en unir las dos ciudades, a una velocidad de 100 estadios por día. Marciano Capella proporciona otra versión, mucho más real, que indica que Eratóstenes habría utilizado a "mensores regios Ptolemai", ("itinerum mensores", *bhmatistai* o *bêmatistês*), agrimensores profesionales especialmente entrenados para caminar a pasos iguales e ir contándolos.¹² El resultado fue de 5.000 estadios. Como esta longitud es el arco de un ángulo igual a $1/50$ de la circunferencia, los resultados de Eratóstenes significaban que el Ecuador terrestre medía 250.000 estadios. Por circunstancias que se ignoran, pero que pueden suponerse, Eratóstenes agregó 2.000 estadios más, con lo que la medición final fue de 252.000 estadios.

Por cierto, la exactitud de tal resultado depende, entre otras consideraciones, del estadio elegido por Eratóstenes. Se piensa que su elección fue el estadio común, igual a 157,2 metros, como se ha deducido de los valores dados por Plinio. En este caso, si sabemos que el valor de la circunferencia es igual a $2pR$, el grado definido por Eratóstenes tendría un valor de 110.250 metros, lo que hace que la circunferencia o círculo mayor mida 39.690 kilómetros, un resultado increíblemente cercano al valor actual de un círculo mayor, igual a 40.120 km. En este caso, el error sería de un 1%. Por otra parte, el resultado que corresponde a un radio terrestre R de 6.316,84 kilómetros. La medición de Eratóstenes es solo 40,225 kilómetros menor que el valor que hoy se le asigna al radio terrestre. Esta medida fue aceptada y utilizada por Estrabón y por Plinio y ha sido elogiada por su exactitud, de acuerdo a los actuales cánones.¹³

¹⁰ GOLDSTEIN, B. Eratosthenes on the "Measurement of the Earth", *Historia Math.* 11, 4 (1984), p. 411-16

¹¹ DREYER, J. p. 104. Fue Hiparco quien introdujo por primera vez la división de un círculo mayor en 360 partes.

¹² SARTON, G. p. 107.

¹³ DREYER, J. p. 175-76.

Comentarios a la medición de la Tierra de Eratóstenes

Con todo, y si bien la parte teórica del experimento de Eratóstenes no merece reparos, la metodología en sí y los datos utilizados hacen pensar que su autor cometió numerosos errores, los que probablemente se fueron eliminando unos a otros. En estricto sentido, sus mediciones no fueron exactas; en realidad, fueron aproximaciones y muy probablemente el resultado final fue adoptado por razones no observacionales ni derivadas de sus antecedentes. También podría agregarse una buena cuota de suerte. Una primera crítica debe ir dirigida contra las razones que tuvo Eratóstenes para agregar 2.000 estadios adicionales al cálculo obtenido. Según parece, habría dos razones para ello: a) 252 es igual a $2^2 \times 3^2 \times 7$ y, b) el cambio permitiría redondear el valor del grado en el Ecuador, que quedaría igual a 700 estadios.

En cuanto a su información y sus observaciones, es aquí donde se encuentran los mayores y más importantes errores, como también en las técnicas de medición utilizadas. En primer término, Syena y Alejandría no están situadas en un mismo meridiano; Syena tiene una longitud de $32^\circ 15' E$, y Alejandría, de $30^\circ 12' E$. Por tanto, su diferencia en longitud es de $2^\circ 3'$, lo que obviamente impide un buen resultado. En segundo lugar, la distancia entre la actual Aswan y Alejandría es de 729 kilómetros, lo que marca una diferencia de 71 kilómetros con respecto a los presumibles cálculos del agrimensor contratado por Eratóstenes. En cuanto a la latitud de los puntos usados, la de Alejandría es de $31^\circ 11' N$, en tanto que la de Syena es igual a $24^\circ 5' N$, lo que significa una diferencia angular de $7^\circ 6'$, inferior en 6' minutos a la calculada por Eratóstenes. Probablemente, este sabio escogió la diferencia de $7^\circ 12'$ porque esta es la 50ava parte de la conferencia y esto facilitaba sus cálculos; en realidad, un resultado demasiado preciso como para ser real. Por otra parte, Aswan (la ex Syena) no coincide con el trópico de Cáncer, sino que está situado unos 55 kilómetros al norte.¹⁴ Por último, la cisterna a que recurre Eratóstenes no se localiza propiamente en Syena, sino en la isla de Elefantina, sobre el Nilo. (Jazirat Aswân) y coincide con el nilómetro (*miqyâs*) descrito por Estrabón.¹⁵

Como puede apreciarse, el experimento de Eratóstenes adolece de errores importantes. Cualquiera de ellos pudo comprometer seriamente el resultado final; no obstante, la suma de ellos demuestra que se van eliminando mutuamente, hasta llegar a una cifra que, gracias a la suerte y a la benevolencia de algunos historiadores, se acerca en forma increíble y sorprendente a los resultados logrados por los más modernos métodos y técnicas de medición.

Con todo, puede asegurarse que, al menos en teoría, el método utilizado por Eratóstenes era el adecuado y solo podría decirse que en este caso lo que falló fue la tecnología disponible, como así mismo la falta de un sistema de medidas más institucionalizado, especialmente en lo que concierne a la medición de la longitud del arco de circunferencia terrestre entre Syena y Alejandría. Agréguese a esto la imposibilidad práctica de conocer, sin la ayuda de relojes, la longitud de los puntos seleccionados.

El mismo método de Eratóstenes fue utilizado por Posidonio (c. 135-50 a.C.). De acuerdo a Posidonio, la estrella Canopus culminaba justo en el horizonte en Rodas, en tanto que su altura meridiana en Alejandría era "un cuarto de signo, es decir, la cuarenta y ocho ava parte del zodiaco". En consecuencia, la diferencia de latitud entre ambos puntos era de $7^\circ 30'$. Siendo la distancia entre Rodas y Alejandría igual a 5.000 estadios, la circunferencia de la Tierra era de 240.000 estadios. Esta medición, sin embargo, incluye más errores que la de Eratóstenes y, por tanto, es menos creíble.¹⁶

¹⁴ DUTKA, J. Eratosthenes measurement of the Earth reconsidered, *Arch. Hist. Exact Sci.* n° 46, 1 (1993), p. 55-66. Véase también, de RAWLINS, D. Eratosthenes Geodesic Unraveled, *Isis* n° 73 (1982), p. 259-65. Este mismo autor piensa que los errores de Eratóstenes pudieron reflejarse en su mapa del mundo conocido. Véase, RAWLINS, D. The Eratosthenes-Strabo Nile map. Is it the earliest surviving instance of spherical cartography? Did it supply the 5000 stades arc for Eratosthenes' experiment?, *Arch. Hist. Exact Sci.* n° 26, 3 (1982), p. 211-19.

¹⁵ La isla de Elefantina fue un importante centro religioso y militar en tiempos de los Faraones y una ciudad mercado de renombre, por su intercambio comercial con Etiopía. Sobre el pozo de Eratóstenes, véase de PAYN, H. The Well of Eratosthenes, *Observatory*, n° 37 (1914), p. 287-88; de SAYLI, A. The Observation Well, *Actes du VII^e Congrès International d'Histoire des Sciences* Jerusalem, 1953, p. 542-50.

¹⁶ DREYER J., p. 177.

En 1485, Cristóbal Colón, el futuro Almirante de la Mar Océano, desechó explícitamente los resultados de Eratóstenes, que asignaban casi veinte leguas (unos 110,5 km) al grado en el Ecuador. En su lugar, prefirió utilizar en su presentación a los Reyes Católicos el valor que Pierre D'Ailly otorga al grado, igual a 14,25 leguas (79,5 km), que corresponde a la longitud que concede Ptolomeo al círculo mayor en su *Geografía* y que al empequeñecer el tamaño de la Tierra también achicaba convenientemente la distancia entre Europa y el Asia. Sin embargo, los árbitros del proyecto –eclesiásticos, académicos y navegantes– decidieron juzgar el proyecto basándose en el valor de 17,5 leguas por grado, usual entre marineros y navegantes de la época. Desde luego, aunque teóricamente se podía conocer la longitud de un punto dado, la ausencia de una tecnología adecuada impedía su cálculo práctico. Tal discrepancia fue causa de un serio conflicto diplomático entre Castilla y Portugal, que sólo pudo ser solucionado en parte por el Tratado de Tordesillas de 1494.¹⁷

La grandeza de Eratóstenes no está en la exactitud (algo sorprendente) de sus resultados sino en los fundamentos teóricos de su metodología. Cualquiera sea el valor que se tome para un estadio, el resultado es plausible. En realidad, el suyo fue un espléndido logro matemático y un verdadero hito en la historia de la ciencia.

¹⁷ SALINAS, A. Estado, Diplomacia y Cosmografía en el Renacimiento, *Norte Grande*, n°24 (1997) p. 279-87.